

Mathe für die Praxis

Teil 17: Körperberechnung Drehkörper

Oberflächen und Volumen von Drehkörpern (Rotationskörpern) lassen sich berechnen, wenn ihre Schwerpunktlagen bekannt sind. Im 17. Jahrhundert berechnete Paul Guldin Oberflächen und Volumen von Drehkörpern durch Drehung einer „erzeugenden“ Linie bzw. Fläche um eine Achse:

Oberfläche von Drehkörpern $A_0 =$ „erzeugende“ Linie mal Schwerpunktsweg

$$A_0 = l \cdot r_s \cdot 2\pi$$

Volumen von Drehkörpern $V =$ „erzeugende“ Fläche mal Schwerpunktsweg

$$V = A \cdot r_s \cdot 2\pi$$

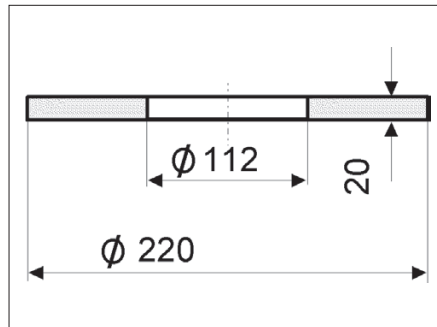
Diese Verfahren von Flächen- und Volumeberechnungen erlauben eine unabhängige Erfolgskontrolle gegenüber anderen Lösungswegen und damit ein hohes Maß an Sicherheit gegen Berechnungsfehler.

Beispiele für Schwerpunktlagen:

- Der Schnittpunkt der Diagonalen bei Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Sech- und Achteck,
- der Mittelpunkt eines Kreises,
- der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden eines Dreiecks (= h/3),
- die Mitte einer Strecke,
- 0,763 r im Halbkreisbogen.

Berechnungsbeispiel 1

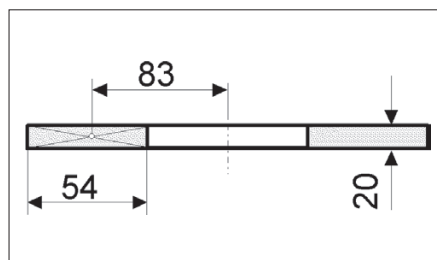
Berechnen Sie das Volumen des skizzierten Flanschringses.



Wertetabelle:

- $l = 5,4 \text{ cm}$
- $b = 2 \text{ cm}$
- $r_s = 8,3 \text{ cm}$

Gesucht: V in cm^3



Lösung:

$$V = l \cdot b \cdot r_s \cdot 2\pi$$

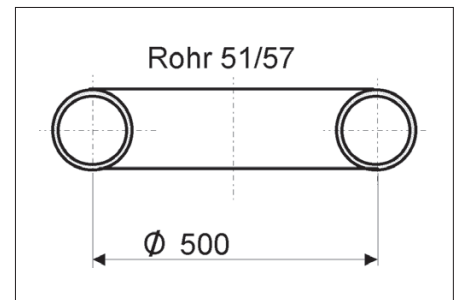
$$V = 5,4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 8,3 \text{ cm} \cdot 6,28$$

$$V = 563 \text{ cm}^3$$

Flanschvolumen = 563 cm^3

Berechnungsbeispiel 2

Berechnen Sie die Wasserfüllung und die „Heizfläche“ des skizzierten Rohrringes.



Wertetabelle:

- $d_i = 5,1 \text{ cm}$
- $d_a = 5,7 \text{ cm}$
- $d_m = 50 \text{ cm}$

Gesucht:

- V in dm^3
- A_H in m^2

Lösung:

$$V = d_i^2 \cdot 0,785 \cdot d_m \cdot 3,14$$

$$V = (5,1 \text{ cm})^2 \cdot 0,785 \cdot 50 \text{ cm} \cdot 3,14$$

$$V = 3206 \text{ cm}^3 = 3,2 \text{ dm}^3$$

Füllung des Rohrringes = $3,2 \text{ dm}^3$

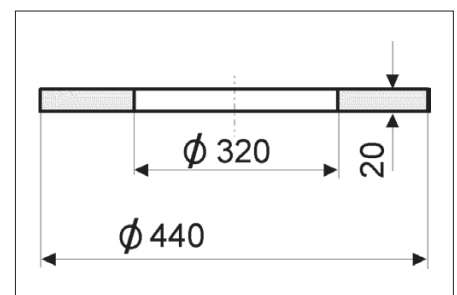
$$A_H = d_a \cdot 3,14 \cdot d_m \cdot 3,14$$

$$A_H = 5,7 \text{ cm} \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ cm} \cdot 3,14$$

$$A_H = 2810 \text{ cm}^2 = 0,28 \text{ m}^2$$

Heizfläche des Ringes = $0,28 \text{ m}^2$

Übungsaufgabe



Berechnen Sie die Masse des skizzierten Flanschringses aus Stahl bei einer Dichte ρ von $7,85 \text{ g/cm}^3$.

Lösungen auf Seite 10

[ikz.de/facebook](https://www.facebook.com/ikz.de)
[ikz.de/twitter](https://twitter.com/ikz.de)
[ikz.de/xing](https://www.xing.com/profile/ikz.de)
[ikz.de/youtube](https://www.youtube.com/channel/UC...)