

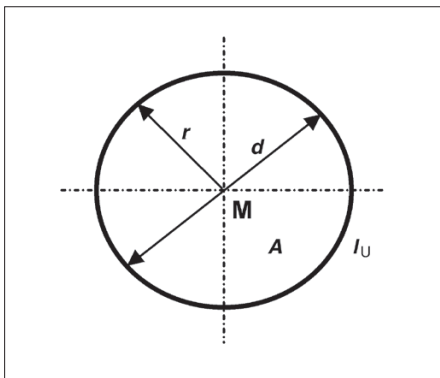
Mathe für die Praxis

Teil 13: Flächenberechnung Kreis

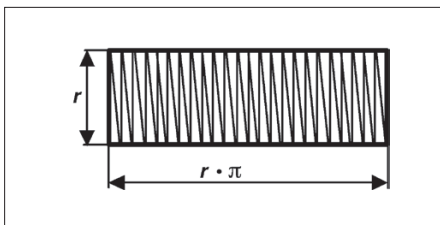
Die Kreisfläche (A) wird von der Kreislinie (l_U), dem Kreisumfang, begrenzt. Der Abstand vom Mittelpunkt (M) eines Kreises zur Kreislinie ist der Radius (r) oder Halbmesser. Die Strecke durch den Mittelpunkt, die in zwei Punkten der Kreislinie endet, ist der Durchmesser (d), dessen Länge $2r$ ist. Zwischen dem Durchmesser und dem Umfang eines Kreises besteht ein festes Zahlenverhältnis, die Kreiszahl $\pi = 3,14$.

$$\frac{l_U}{d} = \pi$$

$$l_U = d \cdot \pi \Rightarrow 2 \cdot r \cdot \pi$$



Wird ein Kreis zerteilt (wie eine Torte), so können die Teile zu einer ähnlichen Figur wie ein Rechteck gelegt werden.



Jetzt kann der Flächeninhalt des Rechtecks bzw. des Kreises bestimmt werden:

$$A = \text{Länge} \cdot \text{Breite}$$

Die Breite des Rechtecks entspricht ungefähr dem Radius des Kreises und die Länge entspricht ungefähr $r \cdot \pi$ durch das feste Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser. Daraus folgt:

$$A = r \cdot r \cdot \pi \Rightarrow \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot 3,14$$

$$A = r^2 \cdot \pi \text{ bzw. } d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{A}{0,785}} \quad r = \sqrt{\frac{A}{3,14}}$$

Berechnungsbeispiel 1

Ein Kreis hat 80 cm Durchmesser. Berechnen Sie die Kreisfläche und den Umfang.

Wertetabelle:

$$d = 0,8 \text{ m}$$

Gesucht:

A in m^2

l_U in m

Lösung:

$$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$A = 0,8 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 0,785$$

$$A = 0,5025 \text{ m}^2 \approx 0,5 \text{ m}^2 \text{ Kreisfläche}$$

$$l_U = d \cdot \pi$$

$$l_U = 0,8 \text{ m} \cdot 3,14$$

$$l_U \approx 2,5 \text{ m Kreisumfang}$$

Berechnungsbeispiel 2

Ein Kreis hat eine Fläche von $0,8 \text{ m}^2$.

Wie groß ist sein Durchmesser?

Wertetabelle:

$$A = 0,8 \text{ m}^2$$

Gesucht: d in m

Lösung:

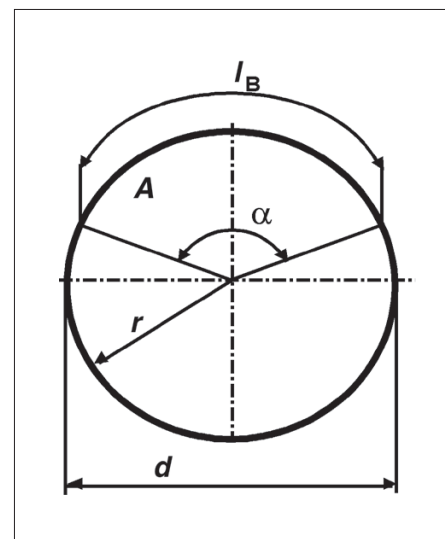
$$d = \sqrt{\frac{A}{0,785}}$$

$$d = \sqrt{\frac{0,8 \text{ m}^2}{0,785}}$$

$$d \approx 1 \text{ m Durchmesser}$$

Der Kreisabschnitt ist die Fläche, die die Schenkel des Mittelpunktswinkels α aus dem Kreis schneiden.

$$A = d^2 \cdot 0,785 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



$$l_B = d \cdot 3,14 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Berechnungsbeispiel 3

Ein Kreis hat einen Durchmesser von 1 m. Welche Fläche und welchen Umfang hat ein Kreisabschnitt von 120° ?

Wertetabelle:

$$d = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = 120^\circ$$

Gesucht:

A in m^2

l_B in m

Lösung:

$$A = d^2 \cdot 0,785 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$A = (1 \text{ m})^2 \cdot 0,785 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$A = 0,262 \text{ m}^2$$

$$l_B = d \cdot 3,14 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$l_B = 1 \text{ m} \cdot 3,14 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$l_B = 1,05 \text{ m Bogenlänge}$$

Übungsaufgaben

(1)

Ein Kreis hat eine Fläche von 1 m^2 . Berechnen Sie den Durchmesser und den Kreisumfang.

(2)

Ein Kreisabschnitt von 90° hat die Fläche von $0,20 \text{ m}^2$. Berechnen Sie den Durchmesser des Kreises.

Lösungen Seite 14