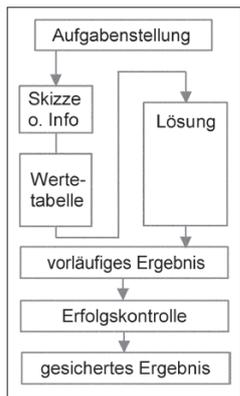


Mathe für die Praxis

Teil 3: Berechnungsverfahren

Die technische Mathematik hat den Anspruch, fehlerfreie Ergebnisse ihrer Berechnungsverfahren liefern zu können. Bereits vor elfhundert Jahren wurden in Persien Lösungsverfahren entwickelt, um mathematische Probleme mit richtigen und nachvollziehbaren Ergebnissen in angemessener Bearbeitungszeit lösen zu können. Sie sind eingeladen, in Ihrem beruflichen bzw. schulischen Umfeld ein solches sicheres Berechnungsverfahren zu erlernen und zu praktizieren.



Übernehmen Sie für alle Aufgaben, in denen mit Formeln gerechnet wird, das nachstehende Lösungsschema.

Für die einzelnen Lösungsschritte sind zu beachten:

Die **Aufgabenstellung** erfolgt grundsätzlich aus Anforderungen der Fachpraxis nach Abmessungen

und Betriebswerten. Wer Anlagen baut, muss diese Werte auch berechnen können. Übungsaufgaben sollen diese Qualifikation trainieren. Eine **Skizze** oder Zusatzinformation (**Info**) kann helfen, die Problemstellung zu klären.

In die **Wertetabelle** werden die gegebenen Werte in Form einer Gleichung mit Formelzeichen, Maßzahl und (ggf. umgewandelter) Maßeinheit eingetragen. Der gesuchte Wert muss mit Formelzeichen und Maßeinheit die Wertetabelle abschließen.

Der Kern der Berechnung ist die Lösung.

Die **Lösung** beginnt mit der Grundformel. Diese ist entweder bekannt oder muss einer Formelsammlung entnommen werden.

Wenn erforderlich, wird die Grundformel auf die gesuchte Größe umgestellt bzw. eine weitere Formel eingesetzt. In der

nächsten Zeile werden alle Formelzeichen der rechten Seite der Gleichung durch entsprechende Werte aus der Wertetabelle mit Maßzahl und Maßeinheit ersetzt. Dann erfolgt die Zahlenrechnung mit dem Taschenrechner und das Runden, anschließend die Dimensionsrechnung. (Die ausgerechnete Dimension muss mit der Einheit der gesuchten Größe übereinstimmen!)

Die gesuchte Größe mit Maßzahl und Maßeinheit ist das vorläufige Ergebnis. Dieses **vorläufige Ergebnis** sollte durch eine **Erfolgskontrolle** gesichert werden. Die höchste Sicherheit gibt eine unabhängige Kontrollrechnung oder eine grafische Lösung mit gleichem Ergebnis.

In den meisten Fällen führt schon eine Übersichtsrechnung, verbunden mit dem Ergebnisvergleich aus fachlicher Erfahrung, zu einem **gesicherten Ergebnis**.

Berechnungsbeispiel 1

Aufgabenstellung: Ein Stahlrohr in einer Heizungsanlage kann im Extremfall durch Temperaturunterschiede bis zu 120 K thermisch belastet werden. Jeder Meter Stahlrohr verlängert bzw. verkürzt sich mit der Temperaturänderung pro Kelvin um 0,012 mm. Mit welcher Längenausdehnung in mm ist bei der Verlegung von 8 m Stahlrohr zu rechnen?

Info: Eine Faustformel verlangt bei der Verlegung von Heizungs- und Warmwasserrohren eine Ausdehnungsmöglichkeit von ca. 1,5 mm je m Stahlrohr, und zwar unabhängig vom tatsächlichen Temperaturunterschied.

Gegeben:
 $l_0 = 8 \text{ m}$
 $\Delta\vartheta = 120 \text{ K}$
 $\alpha = 0,012 \text{ mm}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Gesucht:
 Δl in mm

Lösung:
 $\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$
 $\Delta l = 8 \text{ m} \cdot 0,012 \text{ mm}/(\text{m} \cdot \text{K}) \cdot 120 \text{ K}$

$\Delta l = 11,52 \text{ mm} \approx 12 \text{ mm}$
 vorläufiges Ergebnis: $\Delta l = 12 \text{ mm}$

Erfolgskontrolle:
 Ausdehnung 1,5 mm/m lt. Regel
 $\Delta l = 8 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ mm}/\text{m} = 12 \text{ mm}$
 gesichertes Ergebnis: $\Delta l = 12 \text{ mm}$

Berechnungsbeispiel 2

Aufgabenstellung: Für ein Wannenbad werden 70 kg Warmwasser von 60°C mit 50 kg Kaltwasser von 10°C gemischt. Welche Mischungstemperatur des Badewassers wird sich einstellen?

Gegeben:
 $m_K = 50 \text{ kg}$
 $\vartheta_K = 10^\circ\text{C}$
 $m_W = 70 \text{ kg}$
 $\vartheta_W = 60^\circ\text{C}$
 $c = 1,2 \text{ Wh}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Gesucht:
 ϑ_M in °C

Lösung:

$$\vartheta_M = \frac{m_K \cdot \vartheta_K + m_W \cdot \vartheta_W}{m_K + m_W}$$

$$\vartheta_M = \frac{50 \text{ kg} \cdot 10^\circ\text{C} + 70 \text{ kg} \cdot 60^\circ\text{C}}{50 \text{ kg} + 70 \text{ kg}}$$

$$\vartheta_M = 39,17^\circ\text{C}$$

Vorläufiges Ergebnis:
 $\vartheta_M \approx 39^\circ\text{C}$ (gerundet)

Erfolgskontrolle:
 Bei einer Wärmemischung müssen die aufgenommene und die abgegebene Wärme rechnerisch gleich groß sein.

Abgegebene Wärme:
 $70 \text{ kg} \cdot (60 \text{ K} - 39 \text{ K}) \cdot 1,2 \text{ Wh}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
 $= 1764 \text{ Wh}$

Aufgenommene Wärme:
 $50 \text{ kg} \cdot (39 \text{ K} - 10 \text{ K}) \cdot 1,2 \text{ Wh}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
 $= 1740 \text{ Wh}$

Die Differenz zwischen 1764 Wh und 1740 Wh ist durch die Rundung auf 39°C entstanden.

Gesichertes Ergebnis: $\vartheta_M = 39^\circ\text{C}$ ◀