

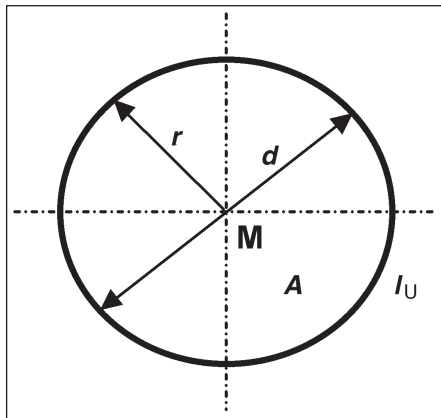
# Einführung in die Fachmathematik

## Teil 14: Flächenberechnung Kreis

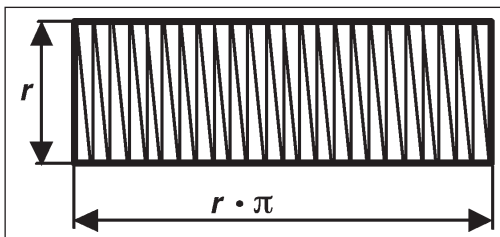
Die **Kreisfläche** ( $A$ ) wird von der **Kreislinie** ( $l_U$ ), dem Kreisumfang, begrenzt. Der Abstand vom Mittelpunkt ( $M$ ) eines Kreises zur Kreislinie ist der **Radius** ( $r$ ) oder Halbmesser. Die Strecke durch den Mittelpunkt, die in zwei Punkten der Kreislinie endet, ist der **Durchmesser** ( $d$ ), dessen Länge  $2r$  ist. Zwischen dem Durchmesser und dem Umfang eines Kreises besteht ein festes Zahlenverhältnis, die Kreiszahl  $\pi = 3,14$ .

$$\frac{l_U}{d} = \pi$$

$$l_U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$



Wird ein Kreis zerteilt (wie eine Torte), so können die Teile zu einem Rechteck gelegt werden.



Die Kreisfläche ergibt das Produkt

$$A = r \cdot r \cdot \pi = \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot 3,14$$

$$A = r^2 \cdot \pi = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} = d^2 \cdot 0,785$$

$$d = \sqrt{\frac{A}{0,785}} \quad r = \sqrt{\frac{A}{3,14}}$$

A	Fläche	mm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
r	Radius	mm	cm	dm	m
d	Durchmesser	mm	cm	dm	m
l <sub>U</sub>	Umfang	mm	cm	dm	m

Der Anlagenmechaniker rechnet im Rohrleitungsbau mit dem Durchmesser, bei Blechen und beim Umformen mit dem Radius.

### Berechnungsbeispiel 1

Ein Kreis hat 80 cm Durchmesser. Berechnen Sie die Kreisfläche und den Umfang.

**Wertetabelle:**

$d = 0,8 \text{ m}$   
 $A$  in m<sup>2</sup>       $l_U$  in m

**Lösung:**

$$A = d \cdot d \cdot 0,785$$

$$A = 0,8 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 0,785$$

$$A = 0,5025 \text{ m}^2 = 0,5 \text{ m}^2 \text{ Kreisfläche}$$

$$l_U = d \cdot \pi = 0,8 \text{ m} \cdot 3,14$$

$$l_U = 2,5 \text{ m Kreisumfang}$$

**Erfolgskontrolle (Überschlag):**

$$0,5 \text{ m}^2 = 0,8 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 0,8$$

$$2,5 \text{ m} = 0,8 \text{ m} \cdot \frac{22}{7}$$

Ergebnis gesichert.

### Berechnungsbeispiel 2

Ein Kreis hat eine Fläche von 0,8 m<sup>2</sup>. Wie groß ist sein Durchmesser?

**Wertetabelle:**

$A = 0,8 \text{ m}^2$      $d$  in m

**Lösung:**

$$d = \sqrt{\frac{A}{0,785}} = \sqrt{\frac{0,8 \text{ m}^2}{0,785}}$$

$$= \sqrt{1,019 \text{ m}^2}$$

$$d = 1 \text{ m Durchmesser}$$

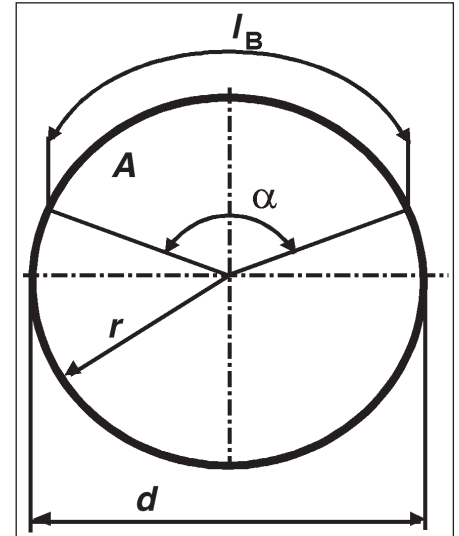
**Erfolgskontrolle:**

$$A = d \cdot d \cdot 0,785$$

$$0,8 \text{ m}^2 \approx 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,785$$

Ergebnis gesichert.

Der **Kreisausschnitt** ist die Fläche, die die Schenkel des Mittelpunkts-winkels  $\alpha$  aus dem Kreis schneiden.



$$A = d^2 \cdot 0,785 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$l_B = d \cdot 3,14 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

### Berechnungsbeispiel 3

Ein Kreis hat einen Durchmesser von 1 m. Welche Fläche und welchen Umfang hat ein Kreisausschnitt von 120°?

**Wertetabelle:**

$d = 1 \text{ m}$        $\alpha = 120^\circ$   
 $A$  in m<sup>2</sup>       $l_B$  in m

**Lösung:**

$$A = d^2 \cdot 0,785 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$A = (1 \text{ m})^2 \cdot 0,785 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$A = 0,262 \text{ m}^2 \text{ Fläche}$$

$$l_B = d \cdot 3,14 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$l_B = 1 \text{ m} \cdot 3,14 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$l_B = 1,05 \text{ m Bogenlänge}$$

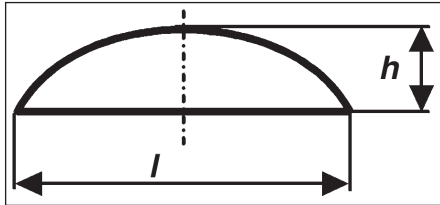
**Erfolgskontrolle:**

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{1,05 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m}}{2} = 0,262 \text{ m}^2$$

Ergebnis gesichert.

**Kreisabschnitte** (Segmente) entstehen, wenn eine Sehne einen Kreis schneidet. Die Fläche eines Kreisabschnitts kann ohne Winkelfunktionen nur angenähert berechnet werden.



$$A \approx \frac{2}{3} l \cdot h$$

### Übungsaufgaben

(1)

Ein Kreis hat eine Fläche von  $1 \text{ m}^2$ . Berechnen Sie den Durchmesser und den Kreisumfang.

(2)

Ein Kreisausschnitt von  $90^\circ$  hat die Fläche von  $0,20 \text{ m}^2$ . Berechnen Sie den Durchmesser des Kreises.

(3)

Eine gewölbte Abdeckung von  $1 \text{ m}$  Länge und  $0,3 \text{ m}$  Höhe hat zwei Seitenbleche in Form eines Kreisabschnitts. Berechnen Sie den Blechbedarf bei  $15\%$  Verschnittzuschlag.

Lösungen Seite 13