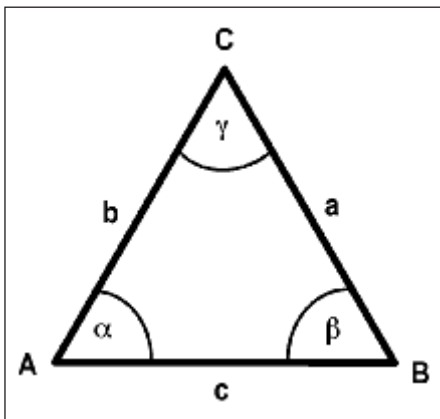


Einführung in die Fachmathematik

Teil 13: Flächenberechnung Dreieck

Drei verbundene Punkte einer Ebene, die nicht auf einer Geraden liegen, bilden die **Eckpunkte eines Dreiecks**. Diese Punkte werden – fachgemäß entgegen der Drehrichtung der Uhrzeiger – mit A, B und C bezeichnet. Die Verbindungen der Eckpunkte sind die **Seiten des Dreiecks**. Sie werden mit kleinen lateinischen Buchstaben a, b und c bezeichnet, sodass die Seite a gegenüber dem Eckpunkt A; b gegenüber B und c gegenüber C liegt. Jeweils zwei Seiten bilden die Schenkel der Innenwinkel α , β und γ .

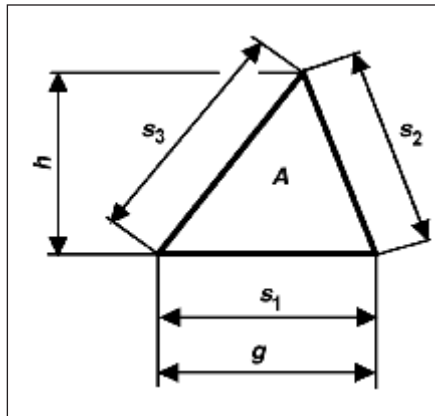


Der Winkel α liegt an der Ecke A, β liegt an der Ecke B und γ an der Ecke C. Die Summe der Innenwinkel beträgt 180° . Damit ist durch zwei Winkel der dritte bestimmt.

Dreiecke werden u.a. eingeteilt:

- nach der **Größe der Seiten** in gleichseitige, gleichschenklige und ungleichschenklige Dreiecke,
- nach der **Größe der Winkel** in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige Dreiecke (vgl. Berechnungsbeispiele).

Zwei deckungsgleiche Dreiecke lassen sich durch Drehen und Verschieben zu einem Parallelogramm zusammensetzen. Deswegen wird eine Dreiecksfläche wie ein halbes Parallelogramm berechnet.



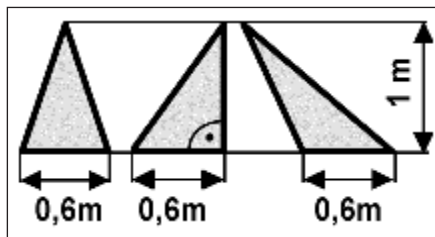
| | | | | | |
|-------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| A | Fläche | mm ² | cm ² | dm ² | m ² |
| g | Grundlinie | mm | cm | dm | m |
| s | Seitenlänge | mm | cm | dm | m |
| h | Höhe | mm | cm | dm | m |
| l_U | Umfang | mm | cm | dm | m |

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \quad g = \frac{2 \cdot A}{h} \quad h = \frac{2 \cdot A}{g}$$

$$l_U = s_1 + s_2 + s_3$$

Berechnungsbeispiel 1

Bei der Fertigung eines Werkstücks aus Stahlblechtafeln $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ blieben drei Dreiecke als Verschnitt. Berechnen Sie die Verschnittfläche.



Wertetabelle:

$$g = 0,6 \text{ m} \quad h = 1 \text{ m} \quad n = 3$$

A in m²

Lösung:

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \cdot n = \frac{0,6 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}}{2} \cdot 3$$

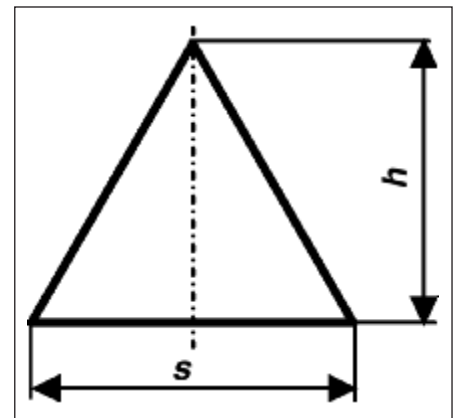
$$A = 0,9 \text{ m}^2 \text{ Verschnittfläche}$$

Erfolgskontrolle: (Überschlag)
 $(0,6 \text{ m}^2/2) \cdot 3 = 0,9 \text{ m}^2$

Dreiecke sind bei gleicher Grundlinie und gleicher Höhe flächengleich. Ergebnis gesichert.

Berechnungsbeispiel 2

Das Seitenblech einer Maschinenverkleidung ist ein gleichseitiges Dreieck mit 600 mm Seitenlänge. Berechnen Sie Höhe und Fläche des Dreiecks.



Wertetabelle:

$$s = 6 \text{ dm}$$

$$h \text{ in m und } A \text{ in m}^2$$

Lösung:

$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{(0,6 \text{ m})^2 - \left(\frac{0,6 \text{ m}}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{0,36 \text{ m}^2 - 0,09 \text{ m}^2} = \sqrt{0,27 \text{ m}^2}$$

$$h = 0,52 \text{ m Höhe}$$

$$A = \frac{s \cdot h}{2} = \frac{0,6 \text{ m} \cdot 0,52 \text{ m}}{2}$$

$$A = 0,156 \text{ m}^2 \text{ Fläche}$$

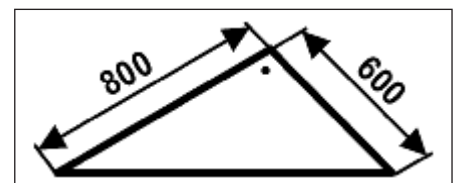
Erfolgskontrolle:

$$A \approx \frac{6 \text{ dm} \cdot 5 \text{ dm}}{2} = 15 \text{ dm}^2 = 0,15 \text{ m}^2$$

Ergebnis gesichert.

Berechnungsbeispiel 3

Eine Abdeckung hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechnen Sie Fläche und Umfang.





Wertetabelle:

$a = 0,6 \text{ m}$ $b = 0,8 \text{ m}$
 A in m^2 und l_U in m

Lösung:

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{0,6 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m}}{2} = 0,24 \text{ m}^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(0,6 \text{ m})^2 + (0,8 \text{ m})^2}$$

$$c = 1 \text{ m}$$

$$l_U = a + b + c = 0,6 \text{ m} + 0,8 \text{ m} + 1 \text{ m}$$

$$l_U = 2,4 \text{ m} \text{ Umfang}$$

Erfolgskontrolle:

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{6 \text{ dm} \cdot 8 \text{ dm}}{2} = 24 \text{ dm}^2$$

$$(10 \text{ dm})^2 = (6 \text{ dm})^2 + (8 \text{ dm})^2$$

$$10 \text{ dm} + 6 \text{ dm} + 8 \text{ dm} = 24 \text{ dm}$$

Ergebnis gesichert.

Übungsaufgaben

(1)

Das Seitenblech einer Verkleidung ist ein gleichseitiges Dreieck mit 1 m

Seitenlänge. Berechnen Sie Höhe und Fläche des Dreiecks.

(2)

Eine Abdeckung hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechnen Sie Seitenlänge a , Fläche und Umfang, wenn $c = 1,5 \text{ m}$ und $b = 1,2 \text{ m}$ betragen.

Lösungen Seite 15