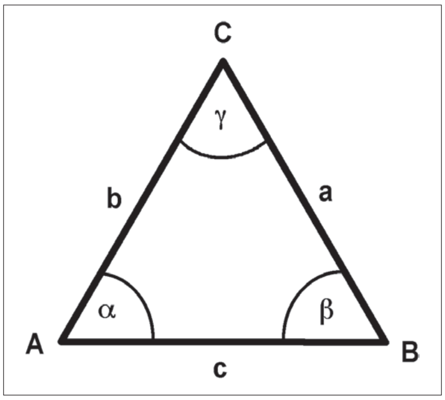
Mathe für die Praxis

Teil 10: Flächenberechnung Dreieck

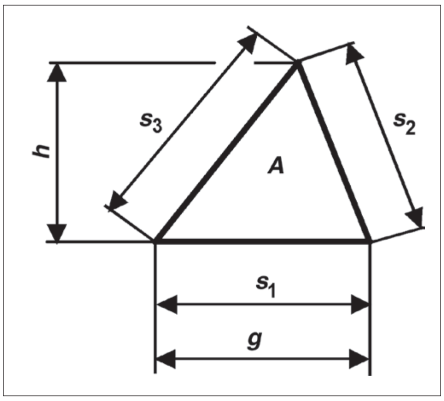
Drei verbundene Punkte einer Ebene, die nicht auf einer Geraden liegen, bilden die Eckpunkte eines Dreiecks. Diese Punkte werden – fachgemäß entgegen der Drehrichtung der Uhrzeiger – mit A, B und C bezeichnet. Die Verbindungen der Eckpunkte sind die Seiten des Dreiecks. Sie werden mit kleinen lateinischen Buchstaben a, b und c bezeichnet, sodass die Seite a gegenüber dem Eckpunkt A; b gegenüber B und c gegenüber C liegt. Jeweils zwei Seiten bilden die Schenkel der Innenwinkel α, β und γ (Alpha, Beta, Gamma).



Der Winkel α liegt an der Ecke A, β liegt an der Ecke B und γ an der Ecke C. Die Summe der Innenwinkel beträgt 180°. Damit ist durch zwei Winkel der dritte bestimmt.

Dreiecke werden u. a. eingeteilt:

- nach der Länge der Seiten in gleichseitige, gleichschenklige und ungleichschenklige Dreiecke;
  gleichseitig = alle drei Seiten sind gleich lang
  gleichschenklig = zwei von drei Seiten sind gleich lang
  ungleichschenklig = alle drei Seiten haben unterschiedliche Längen.
- nach der Größe der Winkel in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige Dreiecke (vgl. Berechnungsbeispiele);



  spitzwinklig = alle Winkel sind kleiner als 90°
  rechtwinklig = ein Winkel hat 90°
  stumpfwinklig = ein Winkel ist zwischen 90° und 180°.

Zwei deckungsgleiche Dreiecke lassen sich durch Drehen und Verschieben zu einem Parallelogramm zusammensetzen. Deswegen wird eine Dreiecksfläche wie ein halbes Parallelogramm berechnet.

A	Fläche	mm^2	cm^2	dm^2	m^2
g	Grundlinie	mm	cm	dm	m
s	Seitenlänge	mm	cm	dm	m
h	Höhe	mm	cm	dm	m
l_U	Umfang	mm	cm	dm	m

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

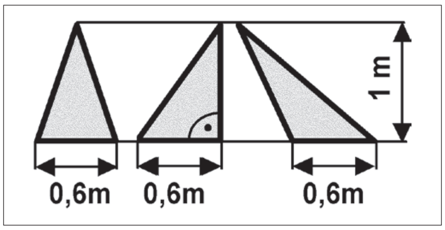
$$g = \frac{2 \cdot A}{h}$$

$$h = \frac{2 \cdot A}{g}$$

$$l_U = s_1 + s_2 + s_3$$

Berechnungsbeispiel 1

Bei der Fertigung eines Werkstücks aus Stahlblechtafeln 2 m x 1 m blieben drei Dreiecke als Verschnitt. Berechnen Sie die Verschnittfläche.



Wertetabelle

g = 0,6 m
h = 1 m
n = 3
Gesucht: A in m^2

Lösung

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{0{,}6\ \text{m} \cdot 1\ \text{m}}{2} \cdot 3$$

A = 0,9 m^2 Verschnittfläche

Merke: Dreiecke sind bei gleicher Grundlinie und gleicher Höhe flächengleich.

Berechnungsbeispiel 2

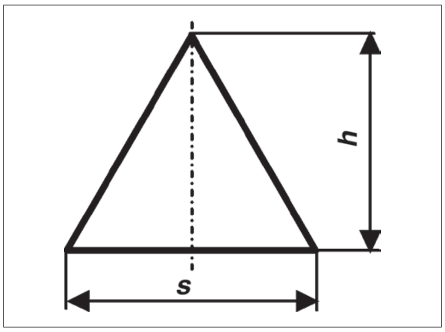
Das Seitenblech einer Maschinenverkleidung ist ein gleichseitiges Dreieck mit 600 mm Seitenlänge. Berechnen Sie Höhe und Fläche des Dreiecks.

Wertetabelle

s = 6 dm
Gesucht: h in m und A in m^2

Lösung

Hier kommt zunächst der Satz des Pythagoras zur Anwendung



Zur Ermittlung der Höhe wird das ursprüngliche Dreieck geteilt.

$a = \frac{1}{2} s$

$b = h$

$c = s$

$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2} s\right)^2 + h^2 = s^2$

$h^2 = s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2$

$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2}$

$h = \sqrt{(0{,}6\ m)^2 - \left(\frac{0{,}6\ m}{2}\right)^2}$

$h = \sqrt{0{,}36\ m^2 - 0{,}09\ m^2} = \sqrt{0{,}27\ m^2}$

$h = 0{,}52$ m Höhe

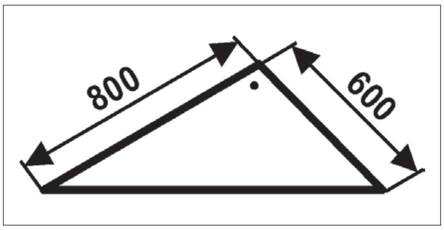
$A = \frac{s \cdot h}{2}$

$A = \frac{0{,}6\ m \cdot 0{,}52\ m}{2}$

$A = 0{,}156\ m^2$ Fläche

Berechnungsbeispiel 3

Eine Abdeckung hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechnen Sie Fläche und Umfang.



Wertetabelle:

$a = 0{,}6$ m
$b = 0{,}8$ m

Gesucht:
A in m^2
l_U in m

Lösung:

$A = \frac{a \cdot b}{2}$

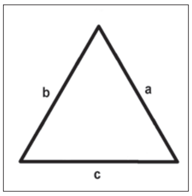
$A = \frac{0{,}6\ m \cdot 0{,}8\ m}{2} = 0{,}24\ m^2$

Auch hier ist der Satz des Pythagoras notwendig:

$a^2 + b^2 = c^2$
$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$c = \sqrt{(0{,}6\ m)^2 + (0{,}8\ m)^2}$
$c = 1$ m
$l_U = a + b + c$
$l_U = 0{,}6\ m + 0{,}8\ m + 1\ m$
$l_U = 2{,}4$ m Umfang

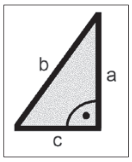
Übungsaufgaben

(1)



Das Seitenblech einer Verkleidung ist ein gleichseitiges Dreieck mit 1 m Seitenlänge (a, b, c = 1 m). Berechnen Sie Höhe und Fläche des Dreiecks.

(2)



Eine Abdeckung hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechnen Sie Seitenlänge a, Fläche und Umfang, wenn c = 1,5 m und b = 1,2 m betragen.

Lösungen Seite 14